

# קורס הכנה למתמטיקה

## פרק 5 - חקירות משווה ממולה שנייה

### תוכן העניינים

- 1 ..... פתרון משוואות ממולה שנייה עם פרמטר
- 2 ..... חקירה של משווה ממולה שנייה.
- 11 ..... חקירות עם קדקוד פרבולה

## פתרונות משוואות ממעלת שנייה עם פרמטר:

**סיכום כללי:**

משוואות מהצורה :  $ax^2 + bx + c = 0$  המכילות פרמטר כלשהו,  $m$ , המגולם בתוך הביטויים של המקדמים  $a$ ,  $b$  ו-  $c$  נקראות משוואות עם פרמטר.  
פתרונות של משווהה עם פרמטר יתבצע באופן רגיל, אך יכול להכיל את הפרמטר.

**שאלות:**

**1)** פתרו את המשווהה :  $x^2 + mx - 12m^2 = 0$

**2)** פתרו את המשווהה :  $2x^2 + 5m^2 = (11m+1)x - 5m$

**תשובות סופיות:**

$$\cdot x_1 = 3m, x_2 = -4m \quad (1)$$

$$\cdot x_1 = 5m, x_2 = \frac{m+1}{2} \quad (2)$$

## חקירה של משווה ממעלת שנייה:

**סיכום כללי:**

**המשווה הריבועית:**

תהא המשווה הריבועית:  $ax^2 + bx + c = 0$  כאשר  $a \neq 0$ .

נגיד:  $c - 4ac = \Delta$  ונאמר כי:

- למשווה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים אם:  $\Delta > 0$ .
- למשווה יהיה פתרון ממשי אחד אם:  $\Delta = 0$ .
- למשווה לא יהיו שני פתרונות ממשיים כלל אם:  $\Delta < 0$ .

אם  $a = 0$  תתקבל משווה ליניארית מהצורה:  $bx + c = 0$ .

- למשווה זו יהיה פתרון ממשי אחד אם  $b \neq 0$ .
- למשווה לא יהיה פתרונות כלל אם:  $b = 0$  ו-  $c \neq 0$ .

אם  $a = 0$  וגם  $b = 0$  ו-  $c = 0$  למשווה יהיו אינסוף פתרונות ממשיים.

**הfonקציה הריבועית:**

תהא הפונקציה הריבועית:  $y = ax^2 + bx + c$  כאשר  $a \neq 0$ .

נגיד:  $c - 4ac = \Delta$  ונאמר כי לפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  באופן הבא:

- אם  $0 > a$  תתקבל פרבולה ישרה (מחיקת):

  - עברו  $0 > \Delta$  הפרבולה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.
  - עברו  $0 = \Delta$  הפרבולה תשיק לציר ה- $x$  (חיתוך בנקודה אחת).
  - עברו  $0 < \Delta$  הפרבולה תהיה מרוחפת (לא חיתוך עם ציר ה- $x$  כלל).

- אם  $0 > a$  תתקבל פרבולה הפוכה (עכובה):

  - עברו  $0 > \Delta$  הפרבולה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות.
  - עברו  $0 = \Delta$  הפרבולה תשיק לציר ה- $x$  (חיתוך בנקודה אחת).
  - עברו  $0 < \Delta$  הפרבולה תהיה מרוחפת (לא חיתוך עם ציר ה- $x$  כלל).

- אם  $a = 0$  תתקבל פונקציה ליניארית:  $y = bx + c$  ולה:

○ עבור  $0 > b$  יתקבל ישר עולה החותך את ציר ה- $x$  ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$

○ עבור  $0 < b$  יתקבל יורד עולה החותך את ציר ה- $x$  ב- $\left(-\frac{c}{b}, 0\right)$

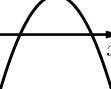
- אם  $b = 0$  יתקבל ישר  $y = c$  וכעת:

○ אם  $0 > c$  היישר כלו מעל לציר ה- $x$  ומקביל לו.

○ אם  $0 < c$  היישר כלו מתחת לציר ה- $x$  ומקביל לו.

○ אם  $c = 0$  היישר מתלכד עם ציר ה- $x$ .

ניתן לסכם את כל המקרים באופן הבא:

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	תנאים	פירוט מילולי
			$a > 0$	תיאור גרפי של $y = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$ עבור $a > 0$
			$a < 0$	
$b < 0$	$b > 0$		$a = 0$ $b \neq 0$	תיאור גרפי של $y = bx + c$ כאשר $b \neq 0$ ו- $a = 0$
$c = 0$	$c < 0$	$c > 0$	$a = 0$ $b = 0$	תיאור גרפי של $y = c$ כאשר $c > 0$ ו- $a = 0$

**שאלות:**

**1)** נתונה המשווהה:  $(3-m)x^2 + 4mx - 2m = 0$ , ( $m \neq 3$ )  
מצא לאלו ערכי  $m$  למשווהה:

- א. שני פתרונות ממשיים שונים.
- ב. פתרון ממשי אחד.
- ג. אין פתרונות ממשיים כלל.

**2)** נתונה הפונקציה:  $y = 2mx^2 + mx - 1$ .  
מצא לאלו ערכי  $m$  הפונקציה אינה חותכת את ציר ה- $x$ .

**3)** נתונה הפונקציה:  $y = (m^2 - 9)x^2 + (m+3)x + 4$ , ( $m \neq \pm 3$ ).  
מצא לאלו ערכי  $m$  הפונקציה נמצאת מעל ציר ה- $x$  לכל ערך של  $x$ .

**4)** נתון אי השוויון:  $mx^2 > (m+4)(x-1) - x^2$ .  
מצא לאלו ערכי  $m$  אי השוויון מתקיים לכל ערך של  $x$ .

**5)** נתונה המשווהה הבאה:  $-m(x-1)^2 + 2(m+16) = x(6-x(2m-3)) + 1$   
א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשווהה:  
 .i. שני פתרונות ממשיים שונים.  
 .ii. פתרון ממשי אחד.  
 .iii. אף פתרון ממשי.  
 ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- $m$  המתאימים במידה והוא קיים.

**6)** נתונה המשווהה הבאה:  $m^2x(9x+1) + 1 = 0$ .  
א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  יש למשווהה:  
 .i. שני פתרונות ממשיים שונים.  
 .ii. פתרון ממשי אחד.  
 .iii. אף פתרון ממשי.  
 ב. מצא את הפתרון היחיד עבור ערכי ה- $m$  המתאימים במידה והוא קיים.

7) נתונה המשוואה:  $mx^2 - (9m+4)x + 20m + 16 = 0$ .

- א. הראה שעבור כל ערך של  $m$  יש למשווה לפחות פתרון ממשי אחד.
- ב. פטור את משווה והראה כי אחד השורשים הוא מספר קבוע שאינו תלוי ב- $m$ .

8) לפניך הפונקציה הבאה:  $f(x) = (m^2 - m - 2)x^2 + 2(m - 2)x + 4$ .

ענה על השאלות הבאות:

- א. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות?
- ב. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת בלבד?
- ג. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה לא חותך את ציר ה- $x$  כלל?
- ד. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה חיובי לכל ערך של  $x$ ?
- ה. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה שלילי לכל ערך של  $x$ ?

9) נתונה הפונקציה:  $f(x) = kx^2 - 5kx + 6k + 1$ .

- א. עבור אלו ערכי  $k$  גраф הפונקציה יהיה כולם מעל לציר ה- $x$ ?
- ב. עבור أيיזה ערך של  $k$  יתקבל גраф פרבולה הנוגעת לציר ה- $x$ ?

10) עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה:  $f(x) = (k^2 - 5k - 6)x^2 + (2 - 3k)x + 2$

הוא אי-שלילי לכל ערך של  $x$ ?

11) נתונות הפונקציות:  $g(x) = (1 - m)x^2 - 3mx - 1.5$  ו-  $f(x) = x^2 + 4x + 2m + 2$ .

א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  נחתכים הגרפים של הפונקציות:

- i. בשתי נקודות שונות.
- ii. בנקודה אחת בלבד.
- iii. באף נקודה.

ב. מצא לאלו ערכי  $m$  יהיה גраф הפונקציה  $f(x)$  כולם מתחת לגרף  $g(x)$ .

**12)** נתונה הפונקציה :  $f(x) = 2kx^2 + 6kx + 8k + 2$

- א. עבור איזה ערך של  $k$  גраф הפונקציה יהיה ישר העובר בריבועים הראשונים  
והשני בלבד?

$$\text{מגדירים פונקציה נוספת : } g(x) = kx^2 - 6x - 10$$

- ב. האם קיימים ערכי  $k$  עבורם גраф הפונקציה  $f(x)$  הוא מעל גраф  
הfonקציה  $g(x)$  לכל  $x$ ? הראה חישוב מתאים.  
ג. הוכח כי קיים ערך של  $k$  עבורו גרפים של שתי הפונקציות משיקים זה  
לו זה ומצאו אותו.

**13)** נתונה הפונקציה הריבועית :  $f(x) = 2x^2 - (5m+7)x + 3m^2 + 8m + 5$

- א. הראה כי גраф הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  לפחות פעם אחת לכל ערך של  $m$ .  
ב. מצא את שורשי הפונקציה.  
ג. עבור אלו ערכי  $m$  סכום השורשים גדול מ-3.5.  
ד. מהם שורשי הפונקציה כאשר :  $m=0$  ?

**14)** נתונה המשווה הבאה :  $(k+1)x^2 + (k^2 - 4k - 5)x - 54 = 0$

- א. ענה על שני הchèלקים הבאים :  
i. עבור אלו ערכי  $k$  יהיו פתרונות המשווה שני מספרים נגדיים?  
ii. מהם פתרונות המשווה עבור ערכי ה- $k$  שמצאת?  
ב. הראה כי לא קיים ערך של  $k$  עבורו פתרונות המשווה :  
 $(k-4)x^2 + (6k - k^2 - 8)x + 5k - 10 = 0$

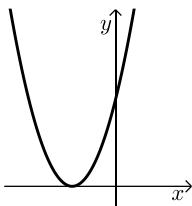
**15)** נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = mx^2 + (m-2)x + m^2 + 3m - 10$

- א. מצא עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה עובר בראשית הצירים.  
ב. מצא את נקודות החיתוך שבין הגרפים המתוקבים עבור כל ערכי ה- $m$   
שמצאת בסעיף א'.

**16)** מצא עבור אלו ערכי  $m$  למשווה :  $(4-m)x^2 + (m+2)x + m^2 - 12m - 28 = 0$

יהיו שני פתרונות ממשיים שונים שאחד מהם הוא אפס.

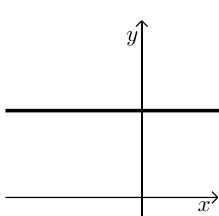
17) נתונה משפחת הפרבולות הבאה :  $f(x) = 2x^2 + (m+1)x + m^2 + 2m - 2.5$ .



- א. מצא ערך של  $m$  עבורו גרף הפרבולה השוויכת למשפחה הפונקציות הניל היא מהצורה :

- ב. עבור ערך ה- $m$  שמצאת בסעיף הקודם מצא את התחום של  $k$  עבורו יהיה לגרף הפרבולה ולישר  $y = kx - 4$  שתי נקודות חיתוך.

18) נתונה הפונקציה הבאה :  $f(x) = (m^2 - 5m + 4)x^2 + (2m - 2)x + 1$ .



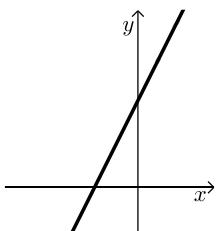
- א. עבור אלו ערכים של  $m$  הפונקציה תחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות?

- ב. מצא ערך של  $m$  עבורו גרף הפונקציה השוויך למשפחה הפונקציות הניל יהיה מהצורה שבצד, וכתוב את משוואת הישר המתקבלת במקרה זה.

- ג. הגרף שאת משווהתו מצאת בסעיף הקודם חותך את גרף הפונקציה  $(x)$  בשתי נקודות שונות. הראה כי אחת מהן אינה תלולה ב- $m$ .

- ד. עבור אלו ערכי  $m$  נקודות החיתוך שתלויה ב- $m$  תהיה מימין לנקודות החיתוך שמצוות בסעיף הקודם?

19) נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{4x(mx+2)+4-m}{4}$ ,  $m$  פרמטר חיובי.



- א. הראה כי לכל הגרפים המיצגים את משפחת הפונקציות הניל יש נקודה חיתוך עם ציר ה- $x$  שאינה תלולה ב- $m$  ומזהה את נקודה זו.

- ב. עבור איזה ערך של  $m$  גרף הפונקציה יהיה מוצג עי' ישר מהצורה :

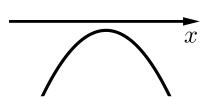
- ג. הראה כי קיים תחום של  $x$  אשר לא תלוי ב- $m$  ובו גרף הפונקציה נמצא תמיד מתחת לישר שמצוות בסעיף הקודם ומצא את תחום זה.

20) נתונה הפונקציה :  $f(x) = 3m^2x^2 + 4mx + 2$ .

- א. הוכח כי הפונקציה נמצאת תמיד מעל לציר ה- $x$  עבור כל ערך של  $m$ .

- ב. מגדירים פונקציה חדשה באופן הבא :  $y = \frac{mx^2 + 2x(m+2) + m}{3m^2x^2 + 4mx + 2}$

מצא עבור אלו ערכי  $m$  הפונקציה  $y$  היא שלילית.



21) נתונה הפונקציה:  $f(x) = mx^2 + (2m+1)x - \frac{1}{4}$

א. עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה השיך  
למשפחת הפונקציות הנ"ל יהיה מהצורה:

$$\cdot y = \frac{(m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x - 1}{mx^2 + (2m + 1)x - \frac{1}{4}}$$

הראה כי הפונקציה  $y$  חיובית בתחום שמצאת בסעיף הקודם.

ג. דרך נקודות החיתוך של גраф הפונקציה  $y$  עם ציר ה- $x$  מעבירים  
ישר המקביל לציר ה- $x$ .

ה. כתוב את משוואת הישר זה.

ו.i. מצא עבור אלו ערכים של  $m$  גраф הפונקציה חותך את הישר  
בנקודה שבה:  $x = -9$ .

**תשובות סופיות:**

- .  $-3 < m < 0$ .  
**ג.**  $m = 0$ ,  $-3$       **ב.**  $m \neq 3$  ו גם  $m < -3$  או  $m > 0$       **(1)**
- .  $-8 < m \leq 0$       **(2)**
- .  $m < -3$  או  $m > 3\frac{2}{5}$       **(3)**
- .  $m > 0$       **(4)**
- .  $m < 3$ .  
**ג.**  $m > 3$       **(5)**
- ב.** לא קיים מקרה בו יש למשווהה פתרון יחיד.
- $m \neq 0$ ,  $-6 < m < 6$  .  
**ג.**  $m = \pm 6$  .  
**ב.**  $m < -6$ ,  $m > 6$       **(6)**
- ב.** בשני המקרים יתקבל:  $x = -\frac{1}{18}$ .
- א.** מתקיים:  $\Delta = (m+4)^2$  שתמיד אי-שלילי ובמקרה הלא-ריבועי מתקבלת משווהה עם פתרון אחד.
- .  $m_{1,2} = 4$ ,  $\frac{5m+4}{m}$  .  
**ב.**  $m < -2$ ,  $m \geq 2$       **ג.**  $m = -1, -2$       **ה.**  $m \neq -1$ ,  $-2 < m < 2$       **(8)**
- . **ח.**  $\text{אך}$       **ד.**  $m = 2$ ,  $-2 < m < -1$  .  
**ב.**  $k = 4$       **א.**  $0 \leq k < 4$       **(9)**
- .  $-26 \leq k \leq -2$       **(10)**
- .  $-8 < m < -2$ .  
**ג.**  $m = 0, -2, -8$  .  
**ב.**  $m < -8$ ,  $m > -2$ ,  $m \neq 0$  .  
**א.**  $-8 < m < -2$       **(11)**
- ב.** לא. אין פתרון לאי-שוויון:  $f(x) > g(x)$ :  
**ג.** עברו אי-השוויון של סעיף ב' מתקיים:  $\Delta = 4(k+3)^2$  ולכן כאשר  $-3 < k = 0$  .  
**ה.** הגרפים נוגעים זה זהה בנקודה אחת.
- .  $x_{1,2} = m+1$ ,  $1.5m+2.5$  .  
**ב.**  $x_{1,2} = 1$ ,  $2.5$  .  
**ג.**  $m > 0$  .  
**ב.** הוכחה.      **א.** הוכחה.      **(13)**
- .  $x = \pm 3$  .  
**ב.**  $(0,0)$ ,  $(-1,2)$  .  
**ג.**  $k = 5$  .  
**ה.**  $m = 2, -5$  .  
**ו.**  $m = 14$       **(14)**      **(15)**      **(16)**
- א.**  $m = 1$ . כאשר:  $y = 2x^2 - 2x + 0.5$  נקבל גרף:  $m = -3$  המשיק לציר  $x$  מימין בראשית ולבן נפסל.
- ג.** הנקודה היא:  $f(x) = 1$ ,  $m = 1$       **ב.**  $m > 1$ ,  $m \neq 4$       **א.**  $m > 1$ ,  $m \neq 4$  .  
**ה.**  $m \neq 1$ ,  $m < 4$  .  
**ו.** הנקודה היא:  $(-0.5, 0)$       **(17)**      **(18)**      **(19)**

20) א. מתקבל:  $\Delta = -8m^2$  ולכן לא Graf הפרבולה אין חיתוכים כלל ומכיוון ש- $A$  אי-שלילי הרי שמדובר בפרבולה מרוחפת חיובית. במקרה הישר מתקבל ישר המקביל לציר ה- $x$  שגם כן כולו חיובי.

ב. מאחר והמכנה תמיד חיובי (מקודם) יש לדרוש תנאים שיקיימו מונה שלילי ( $a < 0$ ,  $\Delta < 0$  - עבור המונח) נקבע:  $-1 < m < 0$ .

$$y = 4$$

ג. הוכחה.

$$-1 < m < -\frac{1}{4}$$

$$m = 5, -1\frac{7}{9}$$

.ii

## חקירות עם קדקוד פרבולה:

### סיכום כללי:

תහא הפונקציה הריבועית:  $y = ax^2 + bx + c$  כאשר  $a \neq 0$ . נגידיר:  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

התיאור הגרפי של הפונקציה הריבועית הוא פרבולה.

עבור  $a \neq 0$  נקבל כי קדקוד הפרבולה הוא:  $\left( -\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$

- שאלות העוסקות בקדקוד חיובי/שלילי נדרש:  $-\frac{\Delta}{4a} < 0$  או  $-\frac{\Delta}{4a} > 0$  בהתאם.

- שאלות העוסקות בקדקוד הנמצא מימין/משמאלי לציר ה- $y$  נדרש  $0 < -\frac{b}{2a}$  או  $0 < -\frac{b}{2a}$  בהתאם.

- שאלות העוסקות בקדקוד שנמצא מעל/ מתחת לישר  $n = y$  או מימין/משמאלי לישר  $k = x$  נדרש  $n < -\frac{b}{2a} < k$  ו-  $-\frac{\Delta}{4a} < n < k$  בהתאם.

- שאלות העוסקות בקדקוד שבאחד הרביעים נדרש  $0 < -\frac{b}{2a} < -\frac{\Delta}{4a}$  לפי הרביע המבוקש.

### שאלות:

- 1) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m+3)x^2 + (3m+14)x + 2m + 7$   
 א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות?  
 ב. הבע באמצעות  $m$  את שיעורי קדקוד הפרבולה של גרף הפונקציה הנתונה.  
 ג. עבור אלו ערכי  $m$  קדקוד הפרבולה יהיה וודאי מתחת לישר:  $y = -4$ ?  
 ד. עבור אלו ערכי  $m$  מתקיימים התנאים של סעיף א' ו-ג' יחד?

2) נתונה הפרבולה הבאה:  $f(x) = x^2 - 3(m-2)x + 2m^2 - 8m + 7$

א. הוכיח את הטענות הבאות:

- גרף הפרבולה חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות עبور כל ערך של  $m$ .
- קדקודיו כל הפרבולות המיווצגות ע"י תבנית הפונקציה הנתונה נמצאים מתחת לציר ה- $x$ .
- עבור أيזה ערך של  $m$  גרף הפרבולה יחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות הנמצאות באותו מרחק מראשית הצירים?
- עבור ערך ה- $m$  שמצוות בסעיף הקודם נמצא את נקודות החיתוך על ציר ה- $x$ .
- הראה כי קדקוד הפרבולה המתקיים בעת הצבת ערך ה- $m$  הניל' נמצא על ציר ה- $y$ .

3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m^2 - 2m - 3)x^2 + 8x + 0.5$

א. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה?

ב. עבור אלו ערכי  $m$  גרף הפונקציה הוא פרבולה החותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות?

ג. הבע באמצעות  $m$  את שיעורי קדקוד הפרבולה.

ד. הוכיח כי קדקוד כל הפרבולות נמצאים על הישר:  $2y + 1 = 8x$  עבור כל ערך של  $m$  עבורו מתקיים פרבולה.

4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (k^2 - 2k + 15)x^2 + kx + 12$

א. הוכיח כי עבור כל ערך של  $k$  גרף הפונקציה לא נוגע בציר ה- $x$  כלל.

ב. הוכיח כי קדקוד הפרבולה המיווצגת ע"י התבנית הניל' תמיד מעלה לציר ה- $x$ .

ג. עבור أيזה ערך של  $k$  קדקוד הפרבולה יהיה על ציר ה- $y$ ?

ד. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה במקרה זה.

5) נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x) = (k^2 - 9)x^2 + (k + 3)x - 1$

א. עבור אלו ערכי  $k$  גרף הפונקציה אינם חותך את ציר ה- $x$ ?

ב. הבע באמצעות  $k$  את שיעורי קדקוד הפרבולה המיווצגת ע"י התבנית של  $f(x)$ .

ג. מצא עבור אלו ערכי  $k$  קדקוד הפרבולה יהיה רביעי הראשון.

ד. האם קיימים ערך של  $k$  עבורו קדקוד הפרבולה נמצא על ציר ה- $y$ ? נמק את תשובה.

6) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 5mx + 6$ .

- הראה כי הפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  לפחות פעם אחת עבור כל ערך של  $m$ .
- עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה הוא פרבולה מינימום?
- הראה כי קדקוד הפרבולה המתקיים עבור ערכי ה- $m$  שמצוות בסעיף הקודם נמצא תמיד מתחת לציר ה- $x$ .

7) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (m^2 - 8m + 12)x^2 + (m - 2)x + 2$ .

- עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה יהיה כולו מעל לציר ה- $x$ ?
- עבור אלו ערכי  $m$  גраф הפונקציה הוא פרבולה מרחפת חיובית שקדקודה משמאלי ישיר:  $x = -\frac{1}{2}$ .
- אם יתכן כי גраф הפונקציה יכול להיות פרבולת מקסימום שקדקודה היא משמאלי ישיר:  $x = -\frac{1}{2}$ ? נמק והראה חישוב מתאים.

8) נתונות הפונקציות הבאות:  $g(x) = (m+2)x^2 + (5-m)x + 3$ ,  $f(x) = (m^2 - 4)x^2 + 2x + 1$ .

a. ענה על השאלות הבאות:

- מצא ערך של  $m$  עבורו הגרפים משיקים זה לזה.
  - מצא ערך של  $m$  עבורו הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.
  - הסביר מדוע בכל מקרה התקבל ערך  $m$  שונה.
- b. עבור אלו ערכי  $m$  הגרפים של הפונקציות הם פרבולות מינימום המקיימות שקדקוד הפרבולה המווצגת ע"י הפונקציה  $f(x)$  נמצא מימין לקדקוד הפרבולה המווצגת ע"י  $g(x)$ ?

9) נתונות הפונקציות הבאות:  $g(x) = (m-3)x^2 + (4m-3)x + 1$ ,  $f(x) = (m^2 - 9)x^2 + 7x + 5$ .

a. עבור אלו ערכי  $m$  הגרפים נחתכים בשתי נקודות שונות?

- b. ענה על השאלות הבאות:
- עבור איזה ערך של  $m$  הגרפים הם פרבולות נוגעות זו בזו?
  - עבור איזה ערך של  $m$  הגרפים חותכים זה את זה בנקודה אחת בלבד.
  - הסביר את ההבדל בין הערכים של  $m$  שהתקבלו בחלוקת ובחילוק זה.
- ג. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.
- ד. עבור אלו ערכי  $m$  הסכום של שיעורי ה- $x$  של נקודות קדקודם הפרabolot של שתי הפונקציות יהיה קטן מ-1?

**תשובות סופיות:**

**1** א.  $m < -28, m > -4, m \neq -3$ .  
 $\left( \frac{-3m-14}{2m+6}, \frac{-m^2-32m-112}{4m+12} \right)$ . ב.  $m > -3$ .

**2** א. ו. מתקבל:  $\Delta = m^2 - 4m + 8$  שחייבי תמיד.

ב.  $m=2$  או שיעור ה-  $y$  של הקדקוד הוא:  $\frac{\Delta}{4}$  אשר שלילי תמיד.  
 ג.  $(0, -1)$  ד.  $\text{הקדקוד: } (\pm 1, 0)$

**3** א.  $m \neq 3, -1, -5 < m < 7$ . ב.  $m \neq 3, -1$ .  
 $\left( \frac{-4}{m^2-2m-3}, \frac{m^2-2m-35}{2(m^2-2m-3)} \right)$ .

ד. יש להציב את הקדקוד בישר ולקבל שווין אמת.

**4** א. המקדם  $a$  תמיד חיובי ומתקבל:  $-47k^2 + 96k - 720 = \Delta$  שתמיד חיובי.  
 מכאן שמדובר בפרבולה מרחתפת מעורר כל  $k$ . ג.  $0 < k < 12$ . ד.  $(0, 12)$

**5** א.  $1.8 < k < 3$ . ג.  $3 < k < 1.8$ . ב.  $\left( \frac{1}{2(3-k)}, \frac{9-5k}{4(k-3)} \right)$ .

**6** א. מכיון שלא קיימים ערך של  $k$  עבורו שיעור ה-  $x$  של קדקוד הפרבולה יהיה אפס.  
 ב. מתקבל:  $\Delta = m^2 + 96$  המעיד כי תמיד יש לפונקציה שני חיתוכים וכאשר  $m = \pm 2$  מתקבלים שני ישרים החותכים את ציר ה-  $x$ .

ג. לא.  $6\frac{4}{7} < m < 7$ . ב.  $m > 6\frac{4}{7}$ . א.  $m \leq 2$ .

**8** א.  $i. m = -1\frac{4}{9}$ . ב.  $m = -2$ . ג. במקרה זה מדובר בפרבולות אשר

יכולות להשיק ובמקרה זה מדובר בשני ישרים אשר רק נחתכים. ב.  $4 < m < 3$ .

**9** א.  $m = 3, -2$ . ב.  $m = 3\frac{1}{16}$ . ג.  $m \neq 3, -2, m < 3\frac{1}{16}$ .

ג. במקרה זה מדובר במשווה ריבועית ובנקודות השקה, ובמקרה זה מדובר במשווה ליניארית ובנקודות חיתוך.

ד. עבור  $m = -2$  מתקבלת:  $m = 3$  מעורר:  $m = 3, -2$  מתקבלת:  $(2, 19)$ .  
 $m < -3, -2.72 < m < 1.22, m > 3$ .